

**Olimpíada
Brasileira
de Física
2006**



Olimpíada Brasileira de Física 2006

Gabarito - Terceira Fase

Terceira Série

3ª fase - prova da 3ª série

1) As expressões aqui mostradas foram montadas sem o auxílio de editores de equações. Em função disso, como exemplo, no texto, o inverso de R pode ser escrito alternativamente como $1/R$ ou R^{-1} a raiz quadrada de p como $\sqrt{p}$ ou $(p)^{1/2}$, e assim por diante.

2) As soluções aqui apresentadas devem servir como referência e não como única solução. Na correção das questões levou-se em conta o raciocínio desenvolvido pelos alunos, cujo desenrolar nem sempre coincidia com a solução aqui proposta.

3) Apenas um professor, supervisionado pelos demais integrantes da comissão elaboradora das questões, corrigiu todas as provas da 3ª. série, o que contribuiu significativamente para a manutenção dos critérios de correção.

Questão 01 - 3ª. série (6,0 pontos)

A situação apresentada trata de evoluções gasosas endotérmicas. Consta de uma evolução isobárica, seguida de uma isométrica e finaliza com uma isobárica.

a)

I) cálculo de T_1 (isobárica de $0 \rightarrow 1$)

$$V_0/T_0 = V_1/T_1 \rightarrow S \cdot a/T_0 = S \cdot (a+b)/T_1 \therefore T_1 = S \cdot (a+b) \cdot T_0 / S \cdot a$$

$$T_1 = (0,6+0,2) \cdot 300 / 0,6 \rightarrow \mathbf{T_1=400K}$$

II) cálculo de Q_1 (isobárica de $0 \rightarrow 1$)

$$\gamma = c_p/c_v \quad c_p = 1,664 \cdot 3125 \quad c_p = 5200 \text{ J / kg.K}$$

$$Q_1 = m \cdot c_p \cdot (T_1 - T_0) \rightarrow Q_1 = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 5200 \cdot (400 - 300) \rightarrow \mathbf{Q_1=2080J}$$

b)

III) cálculo de T_2 (isométrica de $1 \rightarrow 2$)

$$P_1/T_1 = p_2/T_2 \therefore T_2 = (p_{\text{atm}} + (P_E + P_F)/S) / (p_{\text{atm}} + P_E/S) \cdot T_1 \rightarrow$$

$$T_2 = (1 \cdot 10^5 + (300 \cdot 10 + 100 \cdot 10) / 100 \cdot 10^{-4}) / (1 \cdot 10^5 + 300 \cdot 10 / 100 \cdot 10^{-4}) \cdot 400 \rightarrow \mathbf{T_2 = 500K}$$

IV) cálculo de Q_2 (isométrica de $1 \rightarrow 2$)

$$Q_2 = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) \rightarrow Q_2 = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 3125 \cdot (500 - 400) \rightarrow \mathbf{Q_2=1250J}$$

V) cálculo de T_3 (isobárica de $2 \rightarrow 3$)

$$V_2/T_2 = V_3/T_3 \rightarrow S \cdot (a+b) / T_2 = S \cdot (a+2 \cdot b) / T_3 \therefore T_3 = (0,6+2 \cdot 0,2) \cdot 500 / (0,6+0,2) \rightarrow \mathbf{T_3=625K}$$

VI) cálculo de Q_3 (isobárica de $2 \rightarrow 3$)

$$Q_3 = m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2) \rightarrow Q_3 = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 5200 \cdot (625 - 500) \rightarrow \mathbf{Q_3=2600J}$$

VII) cálculo da duração do tempo de ligação Δt . (O resistor converte toda a energia elétrica em calor e todo este calor é integralmente absorvido pela massa gasosa.)

$$Q_{\text{total}} = P_{\text{elétrica}} \cdot \Delta t \rightarrow Q_{\text{total}} = V^2 \cdot \Delta t / R \rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 = 110^2 \cdot \Delta t / 1210$$

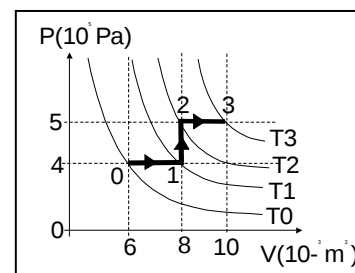
$$2080 + 1250 + 2600 = 110^2 \cdot \Delta t / 1210 \therefore \mathbf{\Delta t=593s}$$

c)

VIII) cálculo do rendimento η

$$\eta = \text{trabalho realizado} / \text{energia consumida} \quad \eta = [p_0 \cdot (V_1 - V_0) + p_2 \cdot (V_3 - V_2)] / Q_{\text{total}} \rightarrow$$

$$\eta = [4 \cdot 10^5 + ((2 \cdot 10^{-3}) + 5 \cdot 10^5 + ((2 \cdot 10^{-3})) / 5930 \rightarrow \eta = 1800 / 5930 \rightarrow \mathbf{\eta = 0,3035}$$



Questão 02 - 3ª. série (6,0 pontos)

A situação proposta trata dos circuitos mono-malha envolvendo um gerador, um receptor e um resistor. Como $E_1 > E_2$, a corrente elétrica circulará no sentido horário (no diagrama mostrado). Desta forma, é possível afirmar que E_1 é um gerador e E_2 um receptor. Assim, E_2 recebe energia elétrica armazenando-a, como acontece nas baterias recarregáveis, em energia potencial química.

Para o menor tempo possível de carga a corrente elétrica tem que ser a máxima permitida.

a)

I) cálculo de R.

$$\Sigma E = \Sigma R \cdot i \rightarrow E_1 - E_{20} = r_1 \cdot i_0 + R \cdot i_0 + r_2 \cdot i_0 \rightarrow 4 - 3,2 = 5,80 \cdot 10^{-3} + R \cdot 80 \cdot 10^{-3} + 1,80 \cdot 10^{-3}$$

$$0,8 = 0,40 + R \cdot 80 \cdot 10^{-3} + 0,08 \quad \therefore \mathbf{R = 4\Omega}$$

b)

II) cálculo de i_f

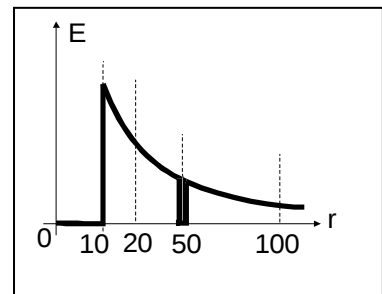
$$E_1 - E_{2f} = r_1 \cdot i_f + R \cdot i_f + r_2 \cdot i_f \rightarrow 4 - 3,6 = 5 \cdot i_f + R \cdot i_f + 1 \cdot i_f \quad \mathbf{i_f = 40mA}$$

III) cálculo de V_{cdf}

$$V_{CDF} = E_{2f} + r_2 \cdot i_f = 3,6 + 1,40 \cdot 10^{-3} = \mathbf{3,64 V}$$

Questão 03 - 3ª. série (6,0 pontos)

O fenômeno envolve o conhecimento de indução total. O corpo interno contém $1\mu C$ de eletricidade positiva e o que o envolve, sendo neutro, terá, por indução total, $1\mu C$ de eletricidade negativa na sua parte interna e $1\mu C$ de eletricidade positiva em seu lado externo. O campo elétrico entre ambos e no exterior é um campo radial divergente e a sua variação segue a lei do inverso do quadrado da distância. A descontinuidade do diagrama para $r=50cm$ decorre do fato de que é precisamente aí que o corpo condutor externo se encontra.



a)

I) cálculo da intensidade do campo para $r=20cm$

$$E_{20} = (1/4\pi\epsilon_0) \cdot Q/r^2 \rightarrow E_{20} = 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} / (20 \cdot 10^{-2})^2 \rightarrow \mathbf{E_{20} = 225 \text{ kV/m}}$$

II) cálculo da força sobre o corpúsculo

$$F_{20} = E_{20} \cdot q \rightarrow \mathbf{F_{20} = 2,25 \cdot 10^{-4} \text{ N}}$$

b)

III) cálculo do potencial do campo na superfície do condutor interno

$$V_A = (1/4\pi\epsilon_0) \cdot Q/r_A \rightarrow V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} / 10 \cdot 10^{-2} \rightarrow \mathbf{V_A = 90000 \text{ V}}$$

IV) cálculo do potencial no ponto a 100cm do centro do conjunto

$$V_B = (1/4\pi\epsilon_0) \cdot Q/r_B \rightarrow V_B = 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} / 100 \cdot 10^{-2} \rightarrow \mathbf{V_B = 9000 \text{ V}}$$

V) cálculo da velocidade do corpúsculo

$$\tau = V_{AB} \cdot q \text{ mas } \tau = \Delta E_C \rightarrow (V_A - V_B) \cdot q = (m \cdot v_B^2)/2 - (m \cdot v_A^2)/2 \quad \therefore v_B = [2 \cdot (V_A - V_B) \cdot q / m]^{1/2}$$

$$v_B = [2 \cdot (90000 - 9000) \cdot 1 \cdot 10^{-9} / 2 \cdot 10^{-10}]^{1/2} \rightarrow \mathbf{v_B = 900m/s}$$

Questão 04 - 3ª. série (6,0 pontos)

A situação representada envolve o conhecimento sobre movimentos relativos entre vários moveis. A utilização das equações associadas ao efeito de Doppler-Fizeau, adaptada ao caso proposto, foi aceita para resolver este problema.

a)

I) cálculo do tempo gasto para o projétil ir ao avião B a partir das equações horárias

$$\text{projétil} \quad x_P = x_{0P} + v_P \cdot t \rightarrow x_P = 0 + 600 \cdot t$$

$$\text{avião B} \quad x_B = x_{0B} + v_B \cdot t \rightarrow x_P = 600 + 120 \cdot t$$

$$\text{o encontro se dá quando } x_P = x_B \quad 600 \cdot t = 600 + 120 \cdot t \quad \therefore t = 1,25s$$

b)

II) cálculo da distância entre os projéteis consecutivos

Se a fonte fosse imóvel, em 0,25s os projéteis estariam a $d = v_P \cdot t$ ou $d = 150m$

Mas, em 0,25s a fonte (avião A) e, portanto, o projétil seguinte, caminha $\Delta d = v_A \cdot 0,25$ ou

$$\Delta d = 100 \cdot 0,25 \rightarrow \Delta d = 25m$$

Portanto a distância entre os projéteis consecutivos vale $d' = d - \Delta d$ ou **$d' = 125m$**

c)

III) cálculo da frequência com que os projéteis atingem a aeronave B

A velocidade dos projéteis relativamente ao avião B vale:

$$v_{P/B} = v_P - v_B = 600 - 120 \rightarrow v_{P/B} = 480m/s$$

Como estão separados por 125 m um do outro, o intervalo de tempo quando colidem contra o avião B é:

$$d' = v_{P/B} \cdot \Delta t \rightarrow 125 = 480 \cdot \Delta t \therefore \Delta t = 125/480 \text{ ou } \Delta t = 25/96 \text{ segundos por cada projétil.}$$

Isto quer dizer, também, 96 projéteis para cada 25s ou, o que é o mesmo, **3,84 projéteis por segundo.**

Questão 05 - 3ª. série (6,0 pontos)

A situação problema apresentada é resolvida pela aplicação dos conhecimentos do princípio da independência dos movimentos de Galileu e do conhecimento de que as forças internas de um sistema são incapazes de alterar a trajetória do centro de massa (C.M.) do referido sistema, envolvendo, ainda, os conceitos do impulso de uma força e da quantidade de movimento.

a)

I) cálculo da velocidade inicial vertical

$$v_{Py}^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot g \cdot y_P \rightarrow 0^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot (-10) \cdot 1125 \therefore v_{0y} = 150 \text{ m/s}$$

II) cálculo do tempo de subida

$$v_{Py} = v_{0y} + g \cdot t_P \rightarrow 0 = 150 + (-10) \cdot t_P \therefore t_P = 15s$$

III) cálculo da velocidade horizontal (invariável)

$$x_P = x_0 + v_x \cdot t_P \rightarrow 3000 = 0 + v_x \cdot 15 \therefore v_x = 200 \text{ m/s}$$

IV) cálculo da posição no instante da explosão ($t = 20s$)

$$x_{20} = x_0 + v_x \cdot t_{20} \rightarrow x_{20} = 0 + 200 \cdot 20 \rightarrow x_{20} = 4000m$$

$$y_{20} = y_0 + v_{0y} \cdot t_{20} + \frac{1}{2} \cdot (g \cdot t_{20}^2) \rightarrow y_{20} = 0 + 150 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot ((-10) \cdot 20^2) \rightarrow y_{20} = 1000m$$

b)

V) cálculo da posição do centro de massa (CM) do sistema 1 segundo após o instante da explosão ($t = 21s$)

$$x_{21} = x_0 + v_x \cdot t_{21} \rightarrow x_{21} = 0 + 200 \cdot 21 \rightarrow x_{21} = 4200m$$

$$y_{21} = y_0 + v_{0y} \cdot t_{21} + \frac{1}{2} \cdot (g \cdot t_{21}^2) \rightarrow y_{21} = 0 + 150 \cdot 21 + \frac{1}{2} \cdot ((-10) \cdot 21^2) \rightarrow y_{21} = 945m$$

VI) cálculo da posição do fragmento A no instante $t=21s$ a partir da posição do fragmento B e do centro de massa do sistema

$$x_{21} = m_A \cdot x_{A21} + m_B \cdot x_{B21} / (m_A + m_B) \rightarrow 4200 = 2 \cdot x_{A21} + 4 \cdot 3000 / (2 + 4) \rightarrow x_{A21} = 6600m$$

$$y_{21} = m_A \cdot y_{A21} + m_B \cdot y_{B21} / (m_A + m_B) \rightarrow 945 = 2 \cdot y_{A21} + 4 \cdot 300 / (2 + 4) \rightarrow y_{A21} = 2235m$$

c)

VII) cálculo das componentes da velocidade do fragmento A para $t=20s$ (imediatamente antes da explosão)

$$v_{Ax \text{ antes}} = v_x \rightarrow v_{Ax \text{ antes}} = 200 \text{ m/s}$$

$$v_{Ay \text{ antes}} = v_{0y} + g \cdot t_{20} \rightarrow v_{Ay \text{ antes}} = 150 + (-10) \cdot 20 \rightarrow v_{Ay \text{ antes}} = -50 \text{ m/s}$$

VIII) cálculo das componentes da velocidade do fragmento A para $t=20s$ (imediatamente após a explosão)

$$x_{A21} = x_{A20} + v_{Ax \text{ depois}} \cdot (t_{21} - t_{20}) \rightarrow 6600 = 4000 + v_{Ax \text{ depois}} \cdot 1 \therefore v_{Ax \text{ depois}} = 2600 \text{ m/s}$$

$$y_{A21} = y_{A20} + v_{20y \text{ depois}} \cdot (t_{21} - t_{20}) + \frac{1}{2} \cdot (g \cdot (t_{21} - t_{20})^2) \rightarrow 2235 = 1000 + v_{20y \text{ depois}} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot ((-10) \cdot 1^2)$$

$$v_{20y \text{ depois}} = 1240 \text{ m/s}$$

IX) cálculo da força da explosão a partir da expressão do impulso de uma força e da variação da quantidade de movimento. Como o sistema (um dos fragmentos) é não isolado o impulso pode ser calculado como segue:

$$m_A \cdot v_{Ax \text{ depois}} = m_A \cdot v_{Ax \text{ antes}} + F_x \cdot \Delta t \rightarrow 2 \cdot 2600 = 2 \cdot (200) + F_x \cdot 1 \cdot 10^{-3} \therefore F_x = 4800 \text{ kN}$$

$$m_A \cdot v_{Ay \text{ depois}} = m_A \cdot v_{Ay \text{ antes}} + F_y \cdot \Delta t \rightarrow 2 \cdot 1240 = 2 \cdot (-50) + F_y \cdot 1 \cdot 10^{-3} \therefore F_y = 2580 \text{ kN}$$

$$F = (4800^2 + 2580^2)^{1/2} \rightarrow F = (29696400)^{1/2} \text{ em kN}$$

Questão 06 - 3ª. série (6,0 pontos)

O problema trata de duas situações, ambas críticas:

I) a primeira trata da iminência do escorregamento quando o caminhão efetua a curva (o diagrama contempla esta situação). Como a carga não pode iniciar o escorregamento, vem:

a)

→ eixo vertical: (equilíbrio no eixo vert.)

$$N \cdot \cos \alpha - F_A \cdot \sin \alpha - P = 0 \quad \text{ou}$$

$$m \cdot g = N \cdot \cos \alpha - \mu \cdot N \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

→ eixo horizontal: (a força centrípeta (F_C) é a força resultante horizontal)

$$F_C = N \cdot \sin \alpha + F_A \cdot \cos \alpha \quad \text{ou}$$

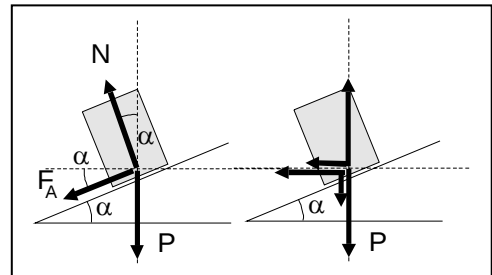
$$mv^2/R = N \cdot \sin \alpha + \mu \cdot N \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

dividindo (1) por (2):

$$R = (v^2/g) \cdot [\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha] / [\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha]$$

$$R = (20^2/10) \cdot [(12/13) - 0,18 \cdot (5/13)] / [(5/13) + 0,18 \cdot (12/13)]$$

$$R = (20^2/10) \cdot [12 - 0,18 \cdot 5] / [5 + 0,18 \cdot 12] \rightarrow R = 62,01 \text{ m}$$



b)

II) a segunda trata de uma frenagem em uma trajetória retilínea e horizontal.

Como é fixada a desaceleração do caminhão, o estudante deverá verificar se a força de atrito estático garante a desaceleração igual ao do caminhão. A desaceleração do caminhão vale:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 20 + a \cdot 10 \therefore a = -2 \text{ m/s}^2$$

III) A força de atrito pode fornecer a aceleração a_E

$$F_{AE} = m \cdot a_E \rightarrow \mu_E \cdot N = m \cdot a_E \rightarrow \mu_E \cdot m \cdot g = m \cdot a_E \therefore a_E = -1,8 \text{ m/s}^2 \text{ (a bobina escorrega e a sua desaceleração } a_B \text{ é garantida pela força de atrito cinemático (ou de escorregamento))}$$

IV) cálculo da desaceleração

$$F_{AC} = m \cdot a_B \rightarrow \mu_C \cdot N = m \cdot a_B \rightarrow \mu_C \cdot m \cdot g = m \cdot a_B \therefore a_B = -1,5 \text{ m/s}^2$$

V) A velocidade com que o carretel colide contra a cabina é a velocidade relativa entre a bobina e a cabina $v_{B/C}$

$$v_{B/C}^2 = v_{0B/C}^2 + 2 \cdot a_{B/C} \cdot x_{A/C} \rightarrow v_{B/C}^2 = (v_{0B} - v_{0C})^2 + 2 \cdot (a_B - a_C) \cdot x_{A/C} \rightarrow$$

$$v_{B/C}^2 = (0)^2 + 2 \cdot [(-1,5) - (-2)] \cdot 2 \rightarrow v_{B/C} = \sqrt{2} \text{ m/s}$$

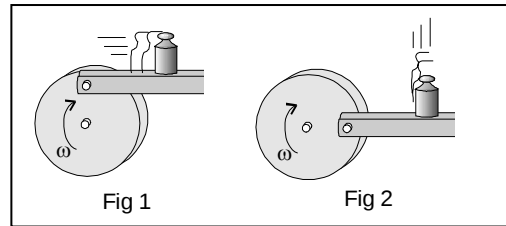
Questão 07 - 3a série (6,0 pontos)

Trata o problema da discussão entre a estabilidade do corpo em duas situações extremas. No ponto mais alto da trajetória (fig. 1) a estabilidade existe enquanto houver um mínimo valor maior que zero para a reação de apoio N . O estudante deve verificar que neste ponto só existe a componente vertical da aceleração. Portanto:

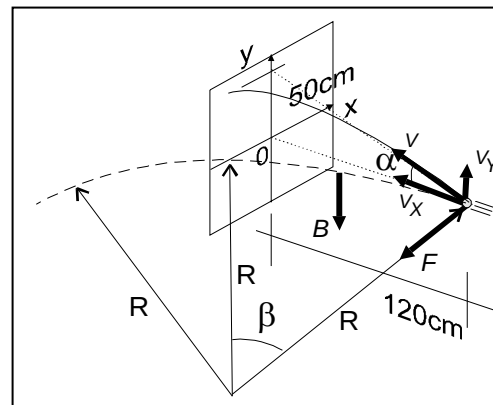
a)
 I) cálculo da aceleração vertical $a_{\max 1}$
 $P - N = m \cdot a \rightarrow m \cdot g - N = m \cdot a \rightarrow m \cdot g - 0 = m \cdot a_{\max 1}$
 II) cálculo da velocidade angular máxima $\omega_{\max 1}$
 $m \cdot g = m \cdot \omega_{\max 1}^2 \cdot R \quad \therefore \quad \omega_{\max 1} = \sqrt{g/R}$

b)
 No ponto intermediário (fig. 2) e analisando segundo um eixo horizontal, o corpo está no ponto de máxima elongação, mínima velocidade e máxima aceleração. Então, a estabilidade é garantida se a força de atrito estático puder fazer integralmente o papel de força centrípeta. O estudante deve verificar que neste ponto só existe a componente horizontal da aceleração. Assim:

III) cálculo da velocidade aceleração vertical $a_{\max 2}$
 $F_A = m \cdot a \rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a_{\max 2}$
 IV) cálculo da velocidade angular máxima $\omega_{\max 2}$
 $\mu \cdot m \cdot g = m \cdot \omega_{\max 2}^2 \cdot R \quad \therefore \quad \omega_{\max 2} = \sqrt{(\mu \cdot g/R)}$

**Questão 08 - 3ª. série (6,0 pontos)**

Trata-se de um problema envolvendo o princípio da superposição de movimentos de Galileu em que uma partícula eletrizada caminha no interior de um campo magnético uniforme. Como a velocidade dela forma um ângulo com as linhas do campo, o estudante deverá considerar dois movimentos superpostos: um vertical sob ação de uma força resultante nula e um horizontal sob a ação de uma força que lhe é perpendicular e lhe impõe um movimento circular e uniforme. O ângulo α define a direção da velocidade inicial segundo uma reta horizontal do plano vertical perpendicular ao anteparo e o ângulo β define, no plano horizontal, o setor do arco de círculo, desde a posição de partida à posição de chegada, descrito pela partícula por ação da força magnética.



a)
 I) cálculo das componentes da velocidade
 $v_x = v \cdot \cos \alpha \rightarrow v_x = 1300 \cdot 120 / (120^2 + 50^2)^{1/2} \rightarrow v_x = 1200 \text{ m/s}$
 $v_y = v \cdot \sin \alpha \rightarrow v_y = 1300 \cdot 50 / (120^2 + 50^2)^{1/2} \rightarrow v_y = 500 \text{ m/s}$
 II) cálculo do raio da projeção horizontal da trajetória
 $R = m \cdot v_x / (B \cdot q) \rightarrow R = 1 \cdot 10^{-8} \cdot 1200 / (0,5 \cdot 10 \cdot 10^{-6}) \rightarrow R = 2,4 \text{ m}$
 III) cálculo do ângulo descrito até o impacto
 $\sin \beta = x / R \rightarrow \sin \beta = 1,20 / 2,40 \rightarrow \sin \beta = 0,50 \quad \therefore \quad \beta = 30^\circ$
 IV) cálculo do período T da trajetória circular
 $v_x = 2 \cdot \pi \cdot R / T \rightarrow 1200 = 2 \cdot 3 \cdot 2,4 / T \quad \therefore \quad T = 12 \cdot 10^{-3} \text{ s}$
 b)
 V) cálculo do tempo gasto para atingir o anteparo
 $360^\circ / T = 30^\circ / \Delta t \quad \therefore \quad \Delta t = 1 \cdot 10^{-3} \text{ s}$
 VI) cálculo das coordenadas de impacto
 $x = R - R \cdot \cos \beta \rightarrow x = 2,4 - (2,4 \cdot 0,87) \rightarrow x = -0,312 \text{ m}$
 $y = v_y \cdot \Delta t \rightarrow y = 500 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \rightarrow y = 0,50 \text{ m}$